

成都外国语学校 2021-2022 学年高 2020 级高二上 10 月月考

理科数学试题

时间：120 分钟 总分：150 分

一、单选题（每题 5 分，共 60 分）

1. 设 x 是实数，“ $x < 0$ ”是“ $x < 1$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 命题“若实数 $x \neq y$ ，则 $\sin x \neq \sin y$ ”的逆否命题是（ ）
A. 若实数 $x = y$ ，则 $\sin x = \sin y$ B. 若 $\sin x = \sin y$ ，则实数 $x = y$
C. 若 $\sin x \neq \sin y$ ，则实数 $x \neq y$ D. 若实数 $x < y$ ，则 $\sin x < \sin y$
3. 下列说法中，正确的是（ ）
A. 过点 $P(1, 2)$ 且在 x , y 轴上的截距相等的直线方程为 $x+y-3=0$
B. 直线 $y=3x-2$ 在 y 轴上的截距为 -2
C. 直线 $x-\sqrt{3}y+1=0$ 的倾斜角为 60°
D. 过点 $(5, 4)$ 并且倾斜角为 90° 的直线方程为 $y-4=0$
4. 直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $ax+y+2a^2=0$ 平行，则实数 a 的值为（ ）
A. 1 或 -1 B. 0 或 -1 C. -1 D. 1
5. 若圆 $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 与圆 $C_2: (x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$ 外切，则正数 r 的值是（ ）
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
6. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(4, 3)$ ，点 B 是圆 $(x+1)^2 + y^2 = 4$ 上的动点，则线段 AB 的中点 M 的轨迹方程是（ ）
A. $(x-\frac{3}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 1$ B. $(x-\frac{3}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 4$
C. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ D. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$
7. 若圆 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ 上恰有三点到直线 $y = kx$ 的距离为 2，则 k 的值为
A. $\frac{1}{2}$ 或 2 B. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{4}{3}$

8. 台风中心从 A 地以每小时 20 km 的速度向东北方向移动, 离台风中心 30 km 内的地区为危险地区, 若城市 B 在 A 地正东 40 km 处, 则 B 城市处于危险区内的时间为()
- A. 0.5 h B. 1 h C. 1.5 h D. 2 h
9. 关于 x 的方程 $kx-1=\sqrt{1-x^2}$ 有解, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ B. $[-1, 1]$ C. $[-1, 0) \cup (0, 1]$ D. $[0, +\infty)$
10. 已知直线 $l: kx+y-2k-1=0$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A , B 两点, 如果 $\triangle AOB$ 的面积为 4, 那么满足要求的直线 l 的条数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
11. 已知直线 $x+y-k=0(k>0)$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 交于不同的两点 A , B , O 为坐标原点, 且有 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}| \geq \frac{\sqrt{3}}{3} |\overrightarrow{AB}|$, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $(\sqrt{3}, +\infty)$ B. $[\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
 C. $[\sqrt{2}, +\infty)$ D. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$
12. 已知函数 $f(x)=\sqrt{x^2+1}+|x-1|$, 则下列结论不正确的是 ()
- A. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, $(1, +\infty)$ 上单调递增
 B. 函数 $f(x)$ 的最小值为 $\sqrt{2}$, 没有最大值
 C. 方程 $f(x)=2$ 的实根个数为 2
 D. 存在实数 t , 使得函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=t$ 对称

二、填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

13. 点 $A(1, 2, 1)$ 关于原点 O 的对称点为 A' , 则 $|AA'|$ 为_____.
14. 已知点 $A(0, 0)$ 、 $B(2, 0)$, 以线段 AB 为直径的圆的标准方程是_____.
15. 已知直线 $ax+by=1(a>0, b>0)$ 平分圆: $x^2+y^2-2x-2y-1=0$ 的面积, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____.
16. C 为圆: $(x-1)^2+y^2=1$ 上一动点, 点 B 坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 点 A 坐标为 $(4, 0)$, 则 $|AC|+3|BC|$ 的最小值为_____.

三、解答题（共 70 分）

17. (10 分) 已知 $p: x^2 \leq 5x - 4$, $q: x^2 - (a+2)x + 2a < 0 (a > 2)$

(1) 若 p 为真命题, 求 x 的取值范围;

(2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围。

18. (12 分) 已知点 $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的垂心坐标.

19. (12 分) 已知圆 $C: x^2+y^2-4x-4y+4=0$.

(1) 过点 $P(1, 3)$ 的直线 l_1 被圆 C 截得的弦最短, 求 l_1 的方程;

(2) 过点 $Q(-1, 0)$ 的直线 l_2 与圆 C 相切, 求 l_2 的方程.

20. (12 分) 已知圆 C_1 与圆 $C_2: (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 关于直线 $y = x+1$ 对称.

(1) 求圆 C_1 的方程;

(2) 求圆 C_1 与圆 C_2 的公共弦长.

21. (12 分) 在平面直角坐标系中, 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 点 A, B 是直线 $x - y + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) 与圆 O 的两个公共点, 点 C 在圆 O 上.

(1) 若 $\triangle ABC$ 为正三角形, 求直线 AB 的方程;

(2) 若直线 $x - y - \sqrt{3} = 0$ 上存在点 P 满足 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BP} = 0$, 求实数 m 的取值范围.

22. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $C_1: (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 20$ 与 y 轴交于 O, P 两点, 圆 C_2 过 O, P 两点且与直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x$ 相切.

(I) 求圆 C_2 的方程;

(II) 若直线 $l_2: y = kx$ 与圆 C_1 , 圆 C_2 的交点分别为点 M, N (不同于原点), 试判断线段 MN 的垂直平分线是否过定点; 若过定点, 求该定点坐标; 若不过定点, 请说明理由

